ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia, 2º semestre, Época Normal 08. 01. 2018

2ª Parte

1hora (10 valores)

Nome:____**nº:**______

Espaço reservado para classificações				
1a.(15)	2a. (10)	3a.(10)	4a.(15)	
1b.(10)	2b. (15)	3b.(10)	4b.(15)	
				T:

Atenção: Todas as questões devem ser <u>devidamente formalizadas e justificadas</u>.

1. A percentagem de hipertensos na população Portuguesa é de 25%. Estudos sobre a relação entre o alcoolismo e a hipertensão mostraram que 60% dos hipertensos abusam do consumo de bebidas alcoólicas e que esta percentagem entre os que não sofrem de hipertensão é de 35%.

a) Selecionado, ao acaso um elemento de entre os que abusam do consumo de bebidas alcoólicas qual a probabilidade de não ser hipertenso?

b) Se se escolherem ao acaso, com reposição, 10 cidadãos portugueses qual a probabilidade do 2º cidadão com hipertensão aparecer na 6ª posição?

2. Considere a função f dada por: $f_X(x) = \begin{cases} k & 1 < x < 2 \\ \frac{1}{6} & 2 < x < 5 \end{cases}$

a) Mostre que $f_X(x)$ é uma função densidade de probabilidade se e só se a constante $k = \frac{1}{2}$.

b) Seja a variável aleatória $Y = 3X - 3$. Determine a função distribuição de Y.

3. Seja X uma variável aleatória com função distribuição dada por:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ 0.2 & -1 \leq x < 0 \\ 0.3 & 0 \leq x < 1 \\ 0.5 & 1 \leq x < 2 \\ 0.7 & 2 \leq x < 3 \\ 1 & x \geq 3 \end{cases}$$

a) Classifique a variável aleatória, justificando e determine a respectiva função probabilidade.

b) Calcule $P(X \leq 2 | X > 0)$

4. Considere a variável aleatória (X, Y), onde X e Y representam, respectivamente, a cor do semáforo que o João encontra nos cruzamentos A e B no caminho de casa para o trabalho todas as manhãs: "0" representa o verde, "1" o amarelo e "2" o vermelho. A função probabilidade desta variável aleatória é dada por:

$$f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{9}, \qquad x = 0, 1, 2, \qquad y = 0, 1, 2$$

a) Calcule a probabilidade de o João encontrar a mesma cor nos cruzamentos A e B?

b) Determine a função probabilidade da cor do semáforo que o João encontra no cruzamento A, nos dias em que no cruzamento B encontra a cor verde. Usando apenas esta informação, podemos afirmar que X e Y não são independentes?

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia, 2º semestre, Época Normal 08. 01. 2018

1ª Parte

1hora (10 valores)

Nome:____**nº:**_______

Espaço reservado para classificações				
1a.(15)	2a.(10)	3a. (10)	4. (15)	
1b.(10)	2b.(10)	3b. (15)		T:
	2 c.(15)			

Atenção: Todas as questões devem ser devidamente formalizadas e justificadas.

1. A função densidade conjunta da variável aleatória bidimensional (X, Y) é dada por:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{8} & 0 < x < 2, 1 < y < 3 \\ 0 & outros\ valores\ de\ (x,y) \end{cases}$$

a) Determine $f_Y(y)$, $f_{X|Y=2}(x)$ e obtenha o $E(X|Y = 2)$.

b) Calcule $P(X > Y)$.

2. Numa linha de montagem é produzido um certo tipo de peças a um ritmo médio de 20 por hora. A produção peças segue um processo de Poisson.

a) Qual a probabilidade de que sejam produzidas 8 ou mais peças em 15 minutos?

b) Sabendo-se que uma peça já está a ser produzida hà 2 minutos, qual a probabilidade de passarem ainda mais de 2 minutos até se completar a sua execução? Comente o resultado obtido.

c) O operário encarregue da linha apostou com o colega que demorava no máximo 15 minutos a produzir 5 peças. Qual a probabilidade de ganhar a aposta?

3. O tempo que um estudante demora a resolver um exame é uma variável aleatória com distribuição normal de média 90 e variância 56,25 minutos.

a) Qual a probabilidade de um estudante demorar entre 90 e 120 minutos a resolver um exame?

b) Seleccionados aleatoriamente 10 estudantes qual a probabilidade de menos de 6 resolverem o exame entre 90 e 120 minutos?

4. Se $X_1, X_2, \cdots, X_n$ são variáveis aleatórias independentes e $X_i \sim Ex(\lambda)$, prove que $Y = min\{X_i\} \sim Ex(k\lambda)$. Justifique todos os passos do seu raciocínio.